Karlsruhe Institute of Technology

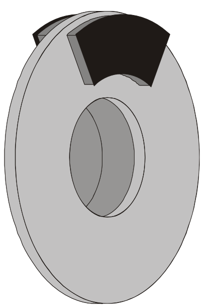
Reibungserregte Schwingungen

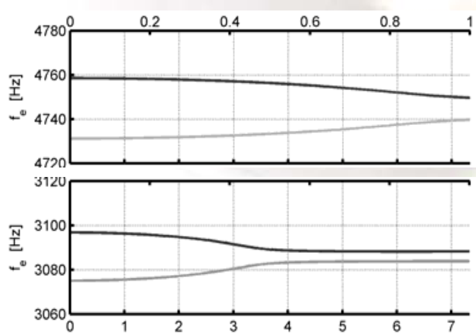
dissipative und gyroskopische Einflüsse auf ‚Flatter'-Instabilitäten bei Scheibenbremsen

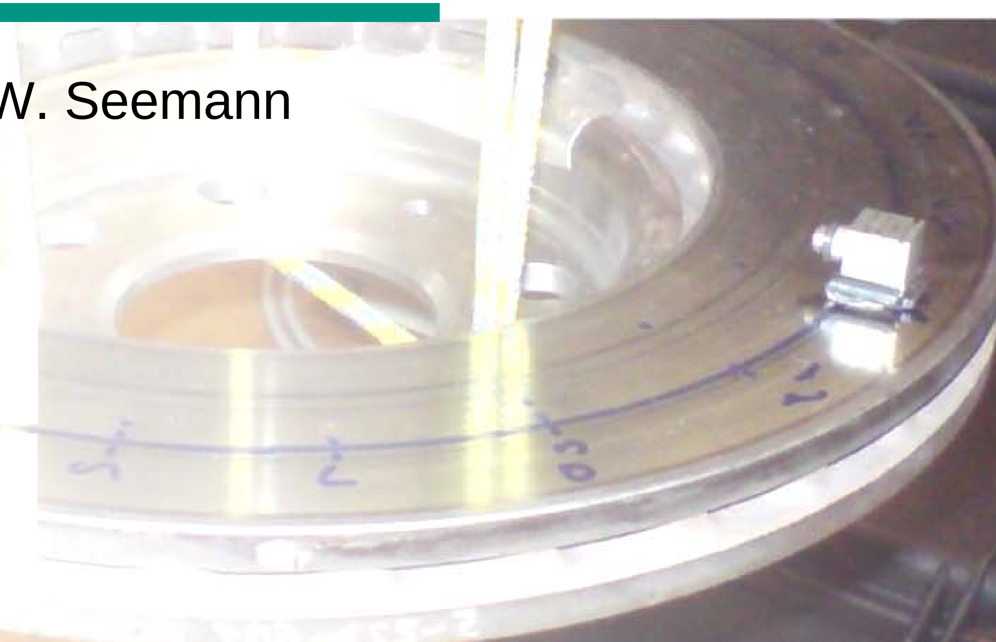
Universität Karlsruhe (TH)
Research University · founded 1825

Institut für
Technische Mechanik

Dipl.-Ing. H. Hetzler, Prof. Dr.-Ing. W. Seemann







Gliederung

- Einleitung
- Modellbildung
  - bewegte elastische Körper in raumfesten Koordinaten
  - Linearisierung der Reibung
  - analytisches Modell
- Stabilität
  - Einfluß von Dämpfung und Führungsbewegungen
  - Instabilitätsszenarien
  - Einfluß der Modellierung
- Zusammenfassung

Einleitung

Bremsenquietschen

- Komfort- und Qualitätsproblem

- selbsterregte Schwingungen (2-20 kHz)
- geringen Bremsdrücken
- niedrige – mäßige Geschwindigkeiten

für Modellbildung

- raumfeste Schwingungsmuster
- Bremsbeläge / Kontaktzonen raumfest
- Bremsscheibe: bewegtes Kontinuum

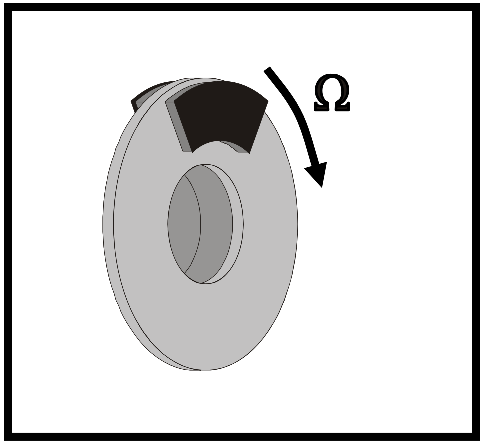
raumfeste Beschreibung

→

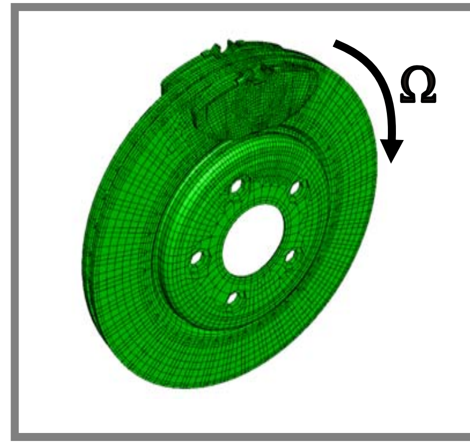
bewegter Kontinua

Modellbildung

Beschreibung bewegter Kontinua in raumfesten Koordinaten



analytisches Modell



FEM

(... mit Tücken)

$$\boxed{\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + (\mathbf{G}_S + \mathbf{D}_S)\,\dot{\mathbf{q}} + (\mathbf{K}_S)\,\mathbf{q} = \mathbf{f}_{Kontakt}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})}$$

Führungsbewegung

Steifigkeit

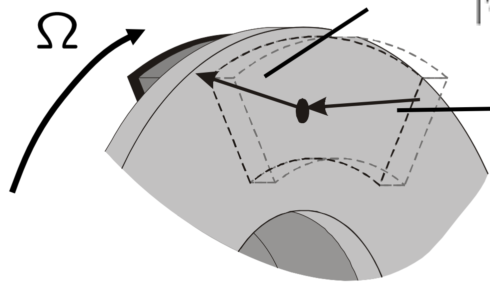
Strukturdämpfung

Annahme: bewegte Scheibe ungedämpft

Kontaktkräfte

$$\boxed{\mathbf{f}_{Kontakt} = \mathbf{f}_R + \mathbf{f}_N}$$

$$\vec{e}_R = \frac{\vec{v}_{rel}}{|\vec{v}_{rel}|} = \vec{e}_R(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$$



$$\sigma_N = \sigma_N(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$$

Tangentialspannungsvektor

$$\vec{\mathbf{t}}_R = \mu \sigma_N \, \vec{e}_R$$

- Richtung $\vec{e}_R(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$
- Normalspannung $\sigma_N(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$

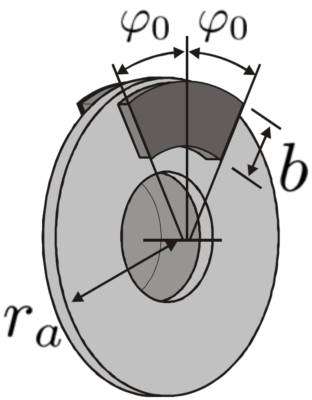
$$\boxed{\mathbf{f}_{R,lin} = -\mathbf{R}_1 \mathbf{q} - \mathbf{R}_2 \dot{\mathbf{q}}}$$

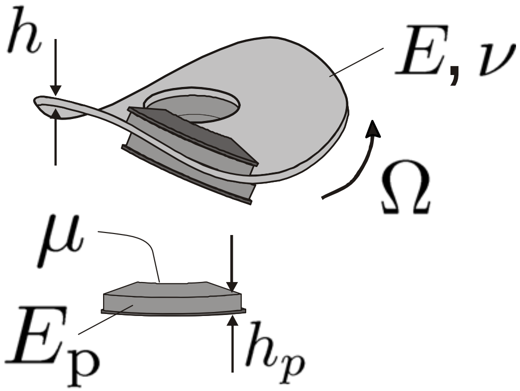
Normalkontakt (→ kinematische Nebenbedingung !)

- Lagrangesche Multiplikatoren
- Penalty-Formulierungen („Kontaktsteifigkeiten“)

oder in speziellen Fällen **durch geeignete Ansatzfunktionen NB à priori erfüllen**

Analytisches Modell





- rotierende Kirchhoff-Platte
- kompressible Bremsbeläge
- raumfeste Betrachtung
- Normalkontakt durch Ansätze erfüllt

Linearisierung

Streichen unwichtiger Einflüsse

$$\boxed{\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}+\left(\Omega\mathbf{G}+d_p\mathbf{D}+p_1\frac{s_0 h}{\Omega}\mathbf{D}_R\right)\dot{\mathbf{q}}+\left(\mathbf{K}+p_1\mathbf{N}\right)\mathbf{q}=\mathbf{0}}$$

symmetrisch
$\mathbf{M}, \mathbf{D}, \mathbf{D}_R, \mathbf{K}$

schiefsymmetrisch
$\mathbf{G}, \mathbf{N}$

Parameter:

$p_1 = \mu c_p h$	„Last“-Parameter		
Ω	Drehzahl	d_p	Dämpfung (Belag)
φ_0	Belagsausdehnung	s_0	statische Belagskompression

Stabilität (vereinfacht)

(intuitive) Annahme

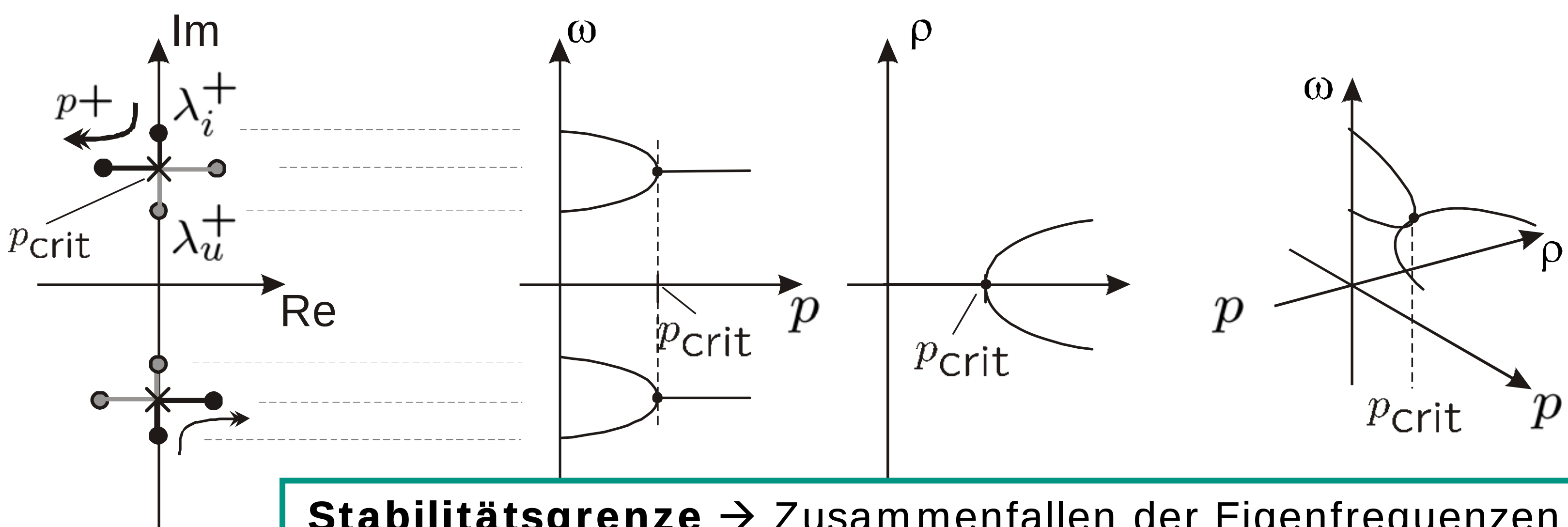
Dämpfung ⟶ asymptotische Stabilität

Gyroskopische Terme ⟶ kein Einfluß auf Stabilität

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \cancel{\left(\Omega\mathbf{G} + d\mathbf{D} + p_1\frac{s_0 h}{\Omega}\mathbf{D}_R\right)\dot{\mathbf{q}}} + (\mathbf{K} + p_1\mathbf{N})\,\mathbf{q} = 0 \quad \rightsquigarrow \quad \boxed{\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + (\mathbf{K} + p_1\mathbf{N})\,\mathbf{q} = 0}$$

Zirkulatorisches System → Flatter-Instabilität

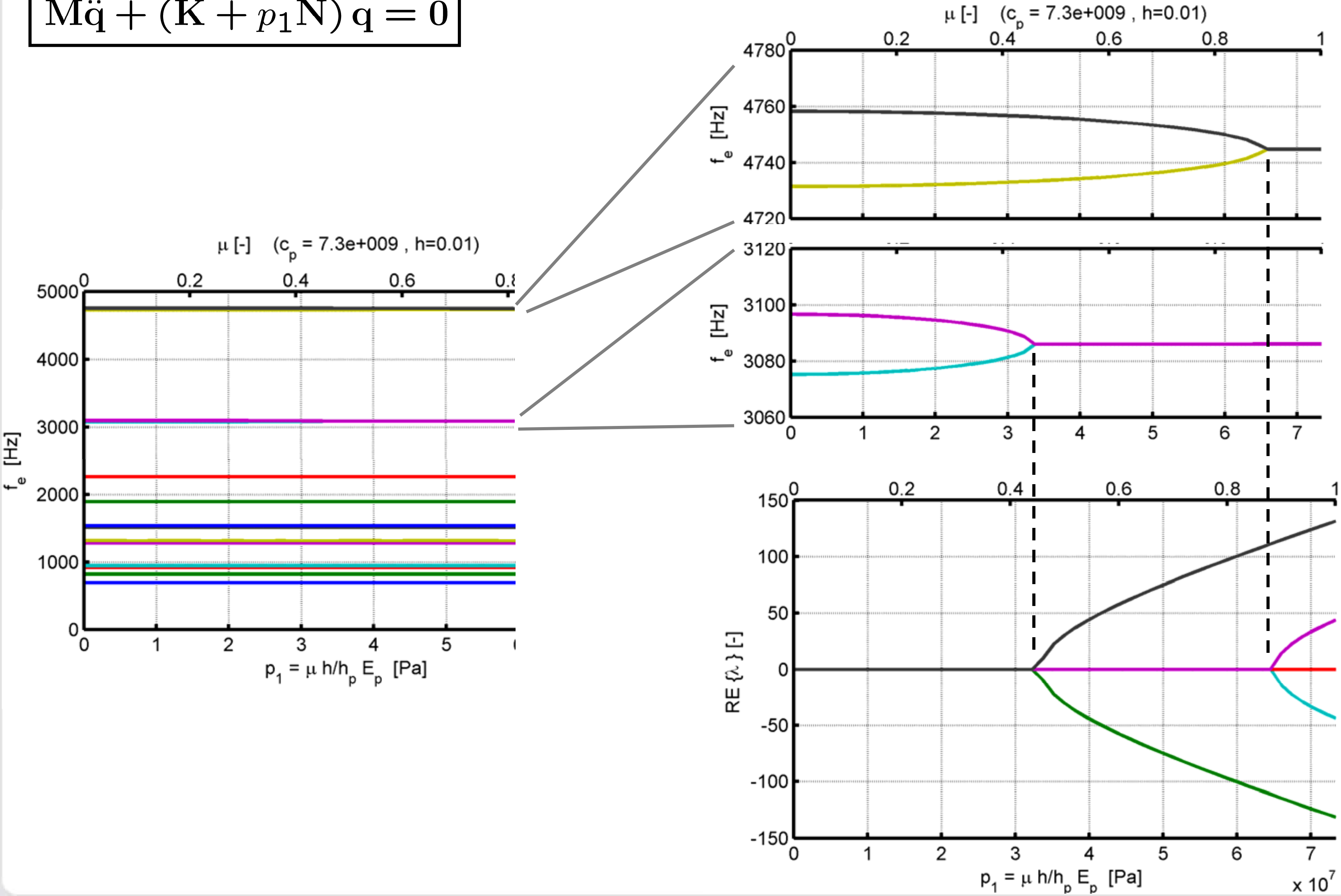
Szenario



Stabilitätsgrenze → Zusammenfallen der Eigenfrequenzen
→ Wechsel reelle/komplexe Eigenvektoren

Eigenwerte (vereinfacht)

$$\boxed{\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + (\mathbf{K} + p_1 \mathbf{N})\,\mathbf{q} = \mathbf{0}}$$



Anmerkung

Hypothese : *„Dämpfung und gyroskopische Anteile verschlechtern das Stabilitätsverhalten nicht.“*

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \cancel{\left(\Omega\mathbf{G} + d\mathbf{D} + p_1\frac{s_0 h}{\Omega}\mathbf{D}_R\right)}\dot{\mathbf{q}} + (\mathbf{K} + p_1\mathbf{N})\,\mathbf{q} = \mathbf{0}$$

$\rightsquigarrow$ Abschätzung „zur sicheren Seite“ ???

Hintergrund ist vermutlich

Satz von Thomson / Tait:

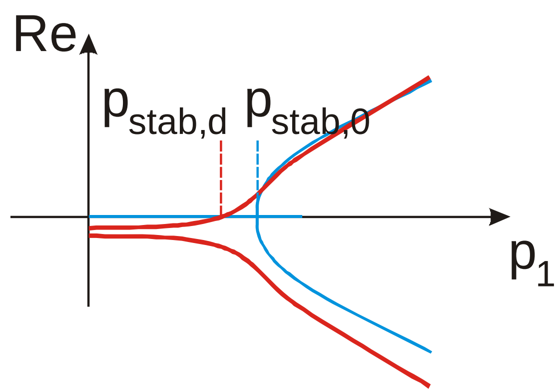
*„Ein stabiles **M**-**K**-System wird durch Hinzufügen von **D>0** und **G** nicht destabilisiert.“*

$$\boxed{\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \left(\Omega\mathbf{G} + d\mathbf{D} + p_1\frac{s_0 h}{\Omega}\mathbf{D}_R\right)\dot{\mathbf{q}} + (\mathbf{K} + p_1\mathbf{N})\,\mathbf{q} = \mathbf{0}}$$

Anmerkung

⟹ der Satz von Thomson/Tait gilt **NICHT** für **M-K-N** – Systeme !

statt dessen: - Destabilisierung durch (echte) Dämpfung möglich



(„Ziegler-Paradoxon“)

- **M-G-K-N** – Systeme immer instabil

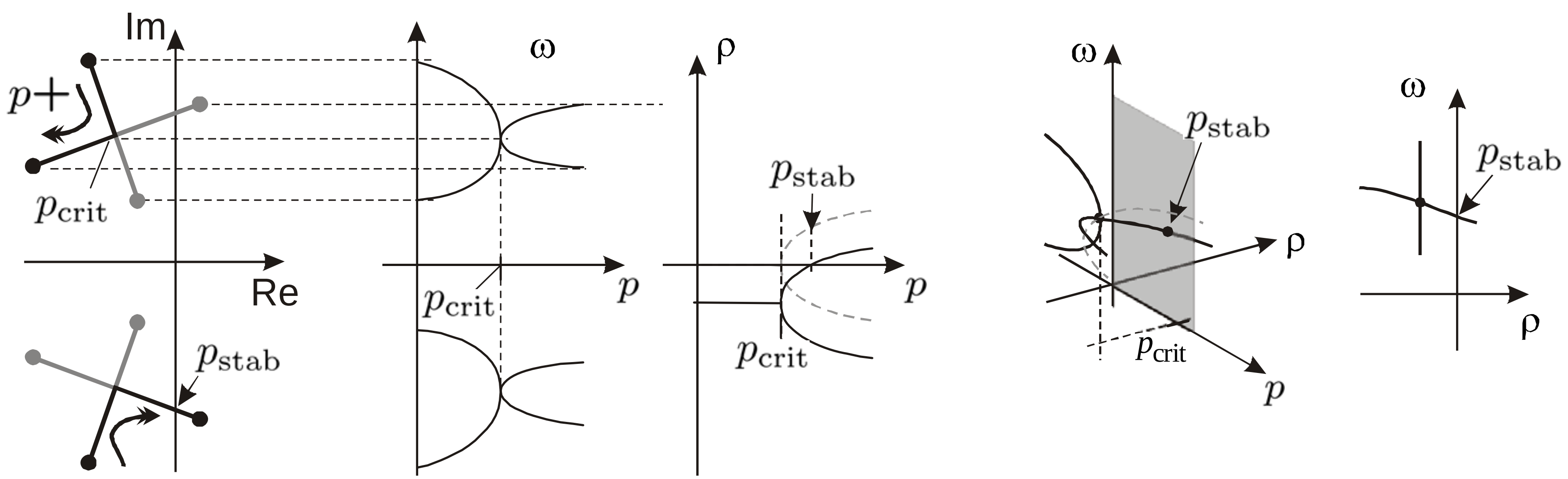
Stabilität für **M-D-G-K-N** – Systeme deutlich von **D**, **G** beeinflußt !

Vollständiges Modell

$$\boxed{\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}+\left(\Omega\mathbf{G}+d\mathbf{D}+p_1\frac{s_0 h}{\Omega}\mathbf{D}_R\right)\dot{\mathbf{q}}+\left(\mathbf{K}+p_1\mathbf{N}\right)\mathbf{q}=\mathbf{0}}$$

$\longrightarrow$ **EWP:** $\left[\mathbf{M}\lambda^2+\mathbf{P}\lambda+\mathbf{Q}\right]\mathbf{r}=\mathbf{0}$

Szenario I : alle Eigenvektoren $\mathbf{r}$ sind reell



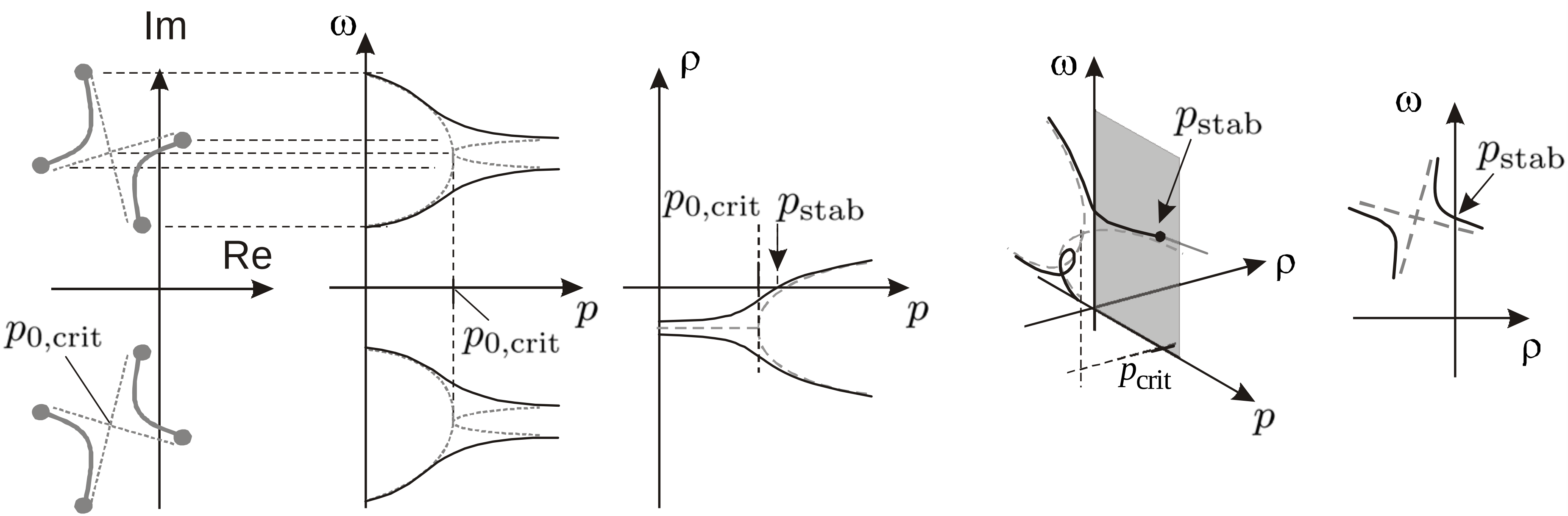
Bedingung: $\mathbf{M}^{-1}\mathbf{P}$ und $\mathbf{M}^{-1}\mathbf{Q}$ kommutieren.

„akademischer“ Spezialfall

Vollständiges Modell

$$\boxed{\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \left(\Omega\mathbf{G} + d\mathbf{D} + p_1\frac{s_0 h}{\Omega}\mathbf{D}_R\right)\dot{\mathbf{q}} + (\mathbf{K} + p_1\mathbf{N})\,\mathbf{q} = \mathbf{0}}$$

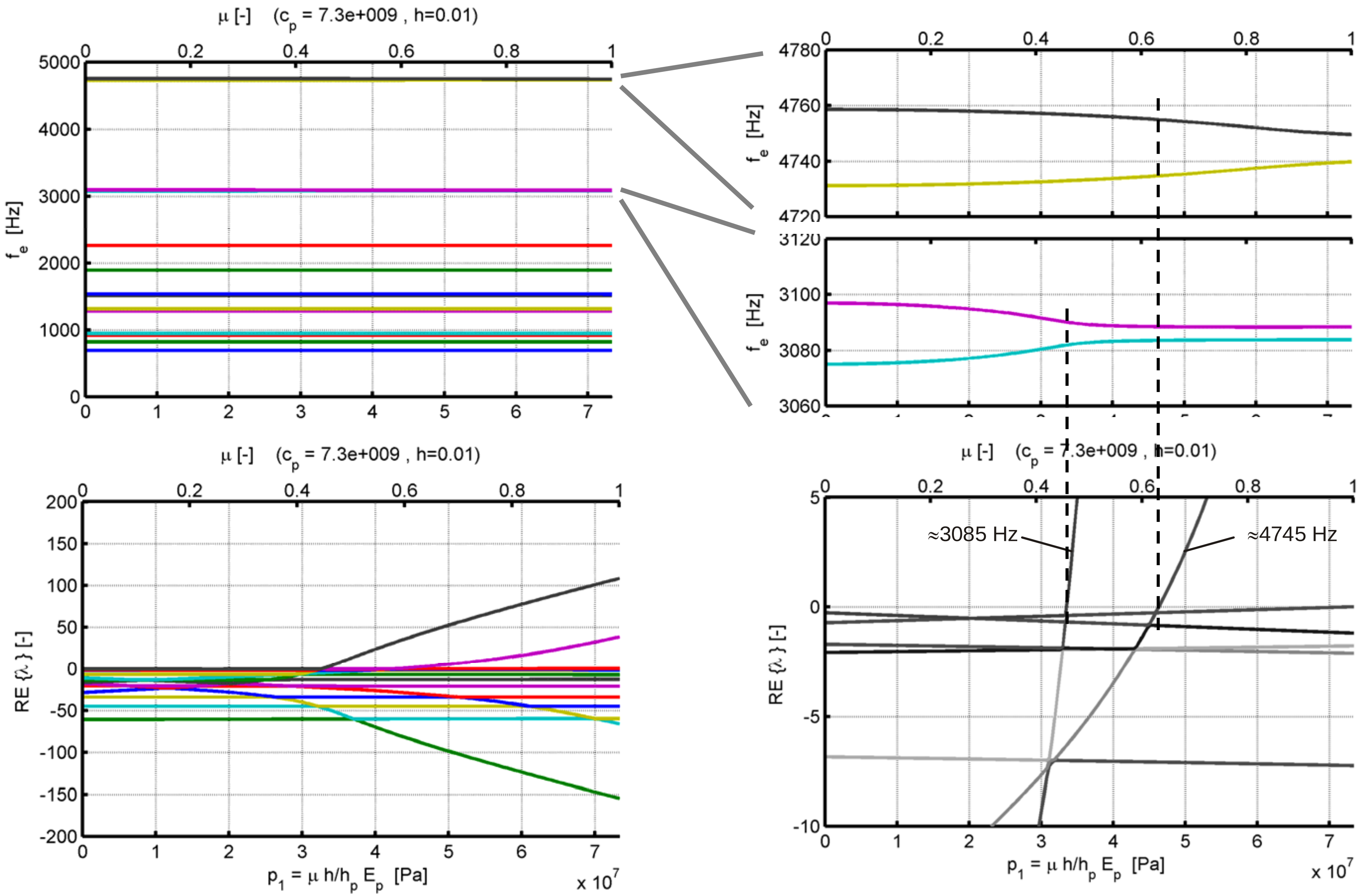
Szenario II: Eigenvektoren nur komplex darstellbar



NORMALFALL
reibungsinduzierter
Flatter-Instabilitäten

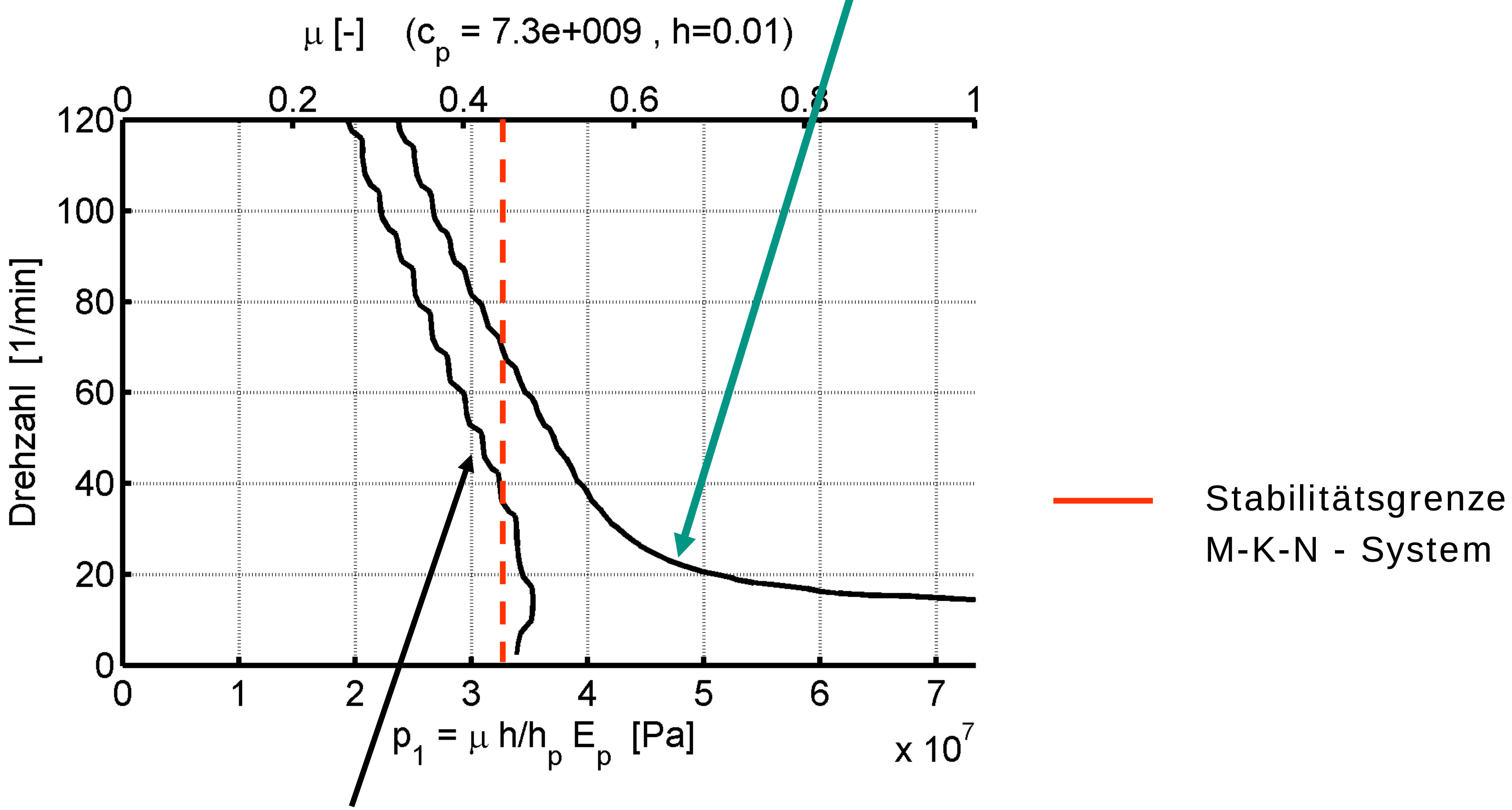
- Eigenfrequenzen fallen nicht mehr zusammen
- immer komplexe Eigenvektoren
- Stabilitätsgrenze nicht mehr so akzentuiert

Eigenwerte



Reibungslinearisierung

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \left(\Omega\mathbf{G} + d\mathbf{D} + \boxed{p_1 \frac{s_0 h}{\Omega}\mathbf{D}_R}\right)\dot{\mathbf{q}} + (\mathbf{K} + p_1\mathbf{N})\,\mathbf{q} = \mathbf{0}$$

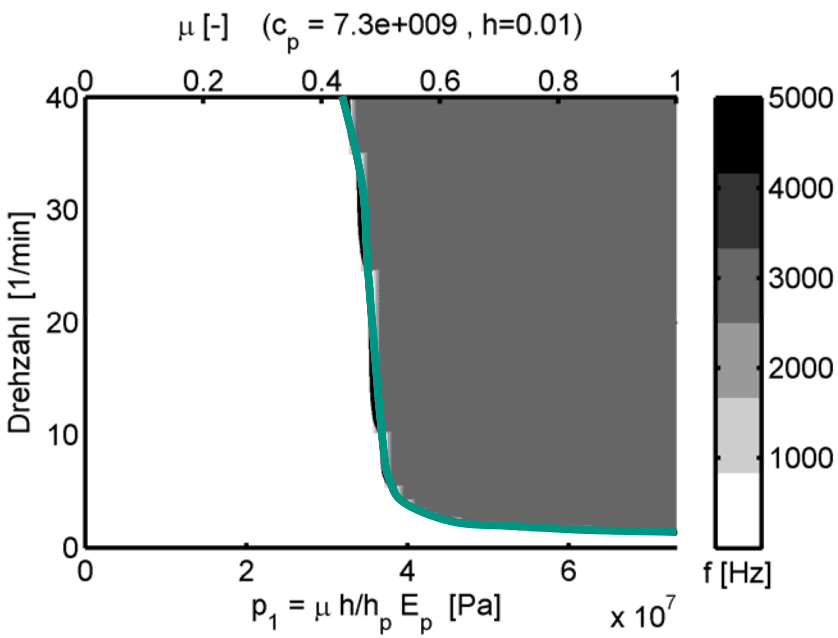


Reibung nur auf Lageebene

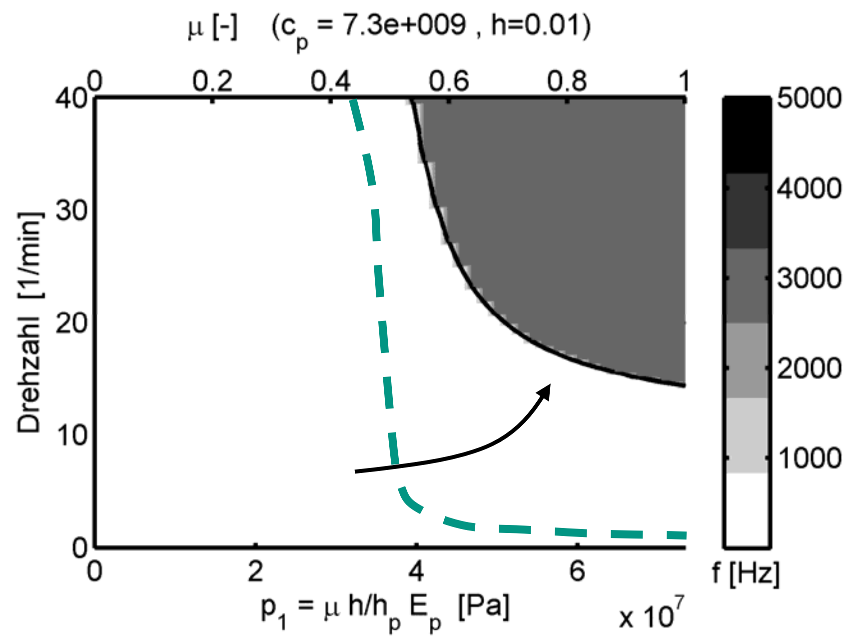
Einfluß der Normalkraft

vollständig: $$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}+\left(\Omega\mathbf{G}+d\mathbf{D}+p_1\frac{\boxed{s_0}\,h}{\Omega}\mathbf{D}_R\right)\dot{\mathbf{q}}+(\mathbf{K}+p_1\mathbf{N})\,\mathbf{q}=\mathbf{0}$$

$N_0 = 0.1\ \text{kN}$



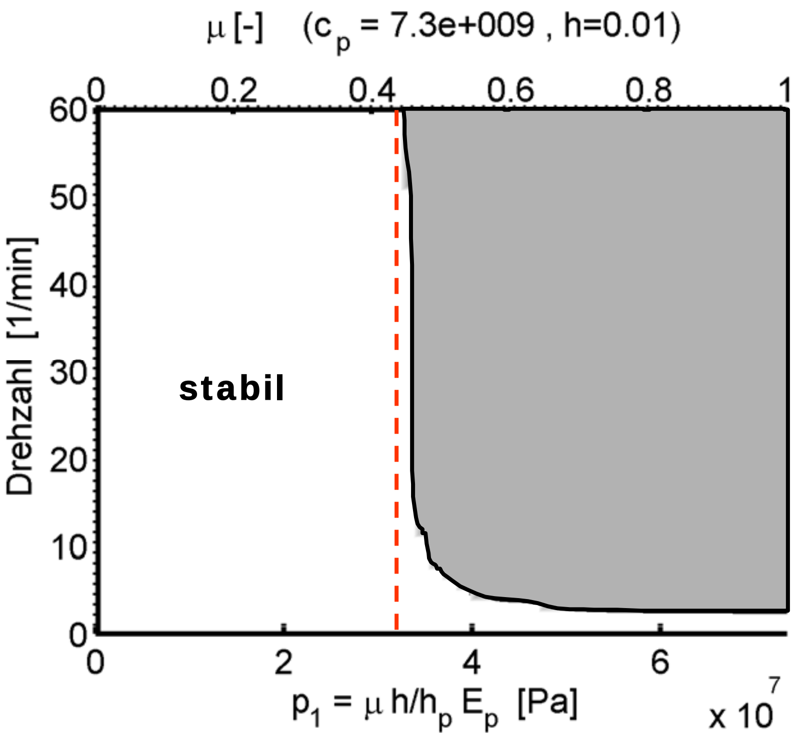
$N_0 = 1\ \text{kN}$

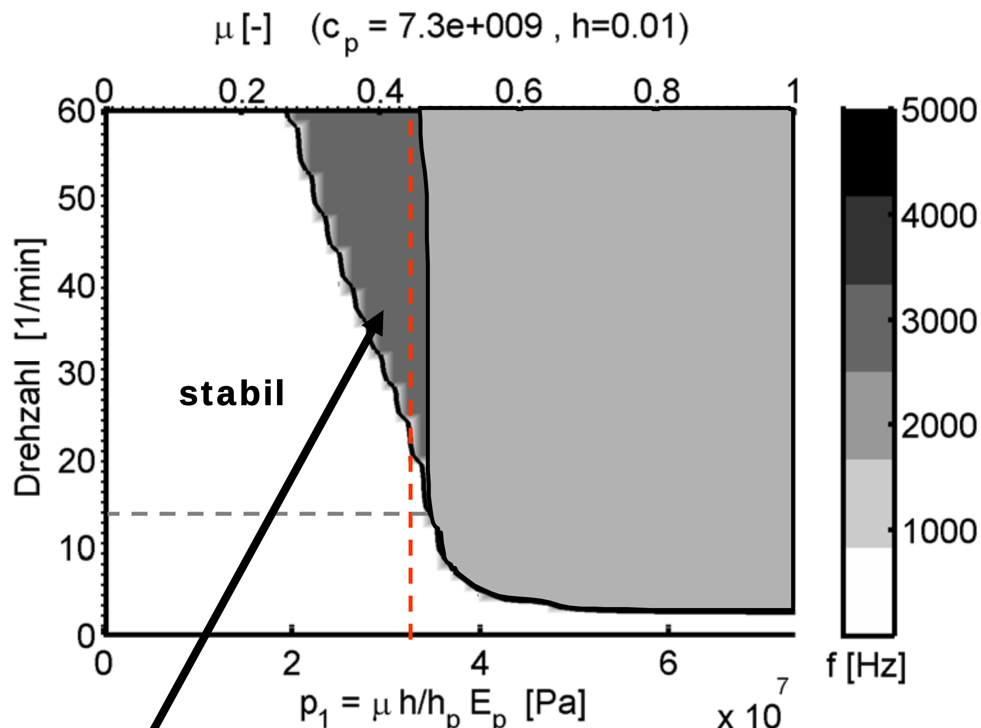


Einfluß gyroskopische Effekte

vollständig: $$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \left(\boxed{\Omega}\mathbf{G} + d\mathbf{D} + p_1 \frac{s_0 h}{\Omega}\mathbf{D}_R\right)\dot{\mathbf{q}} + (\mathbf{K} + p_1\mathbf{N})\,\mathbf{q} = \mathbf{0}$$

$\boxed{N_0 = 0.1\,\mathrm{kN}}$

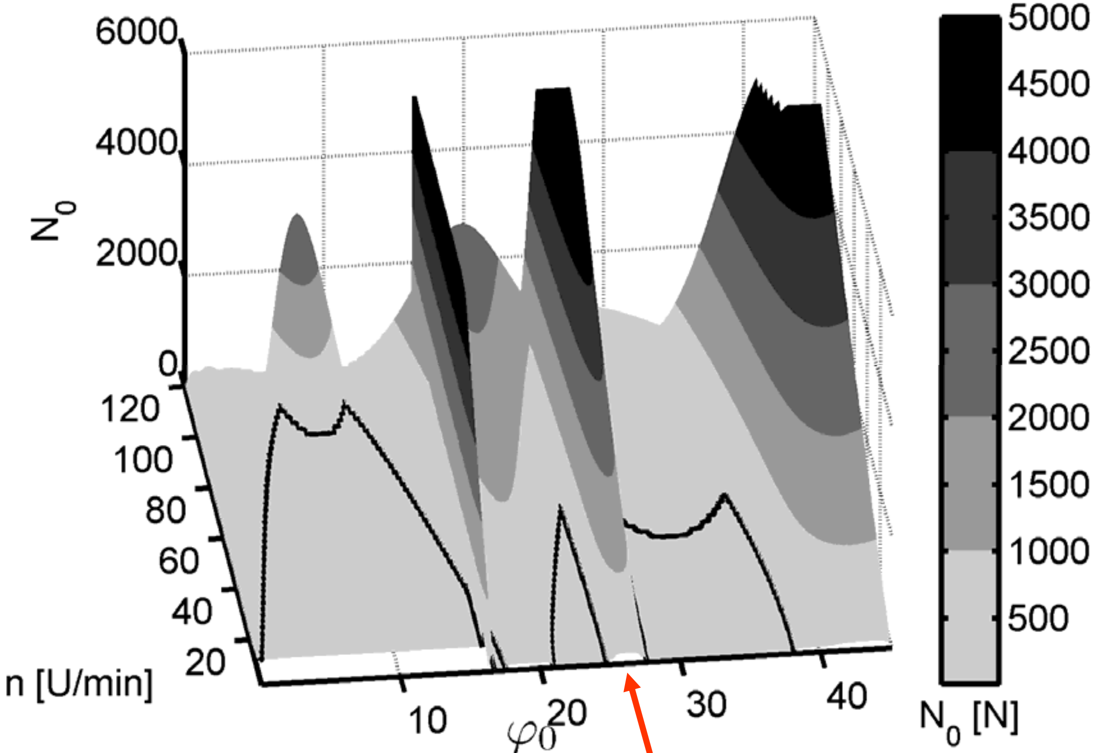


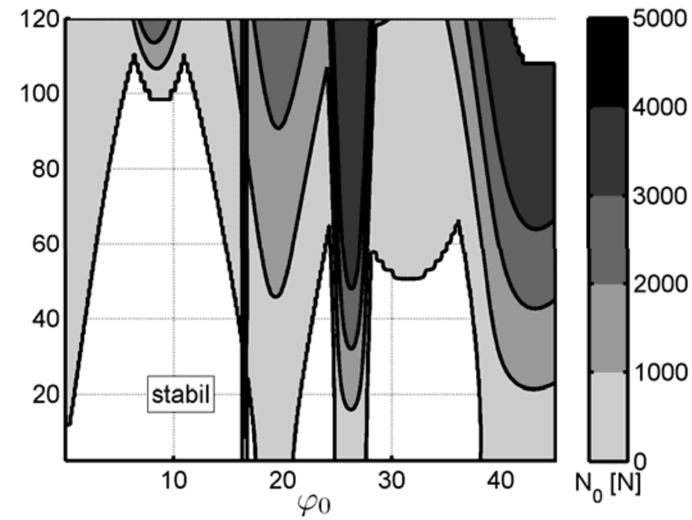


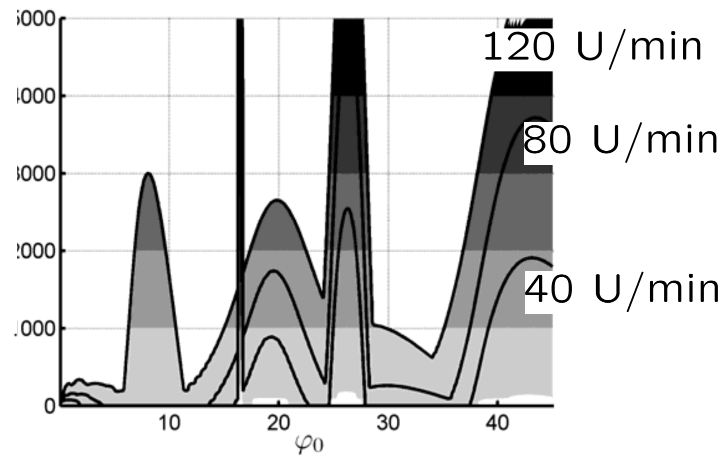
gyroskopische Einflüsse (bewegtes Kontinuum in raumf. Koordinaten)

Einfluß weiterer Parameter

$\boxed{\mu = 0.4}$ **(stabil unterhalb der Oberfläche)**







Zusammenfassung

- grundsätzliche Struktur der Gleichungssysteme
- relevante Systemparameter: $p_1 = \mu c_p h$ (dominant! Produkt!)

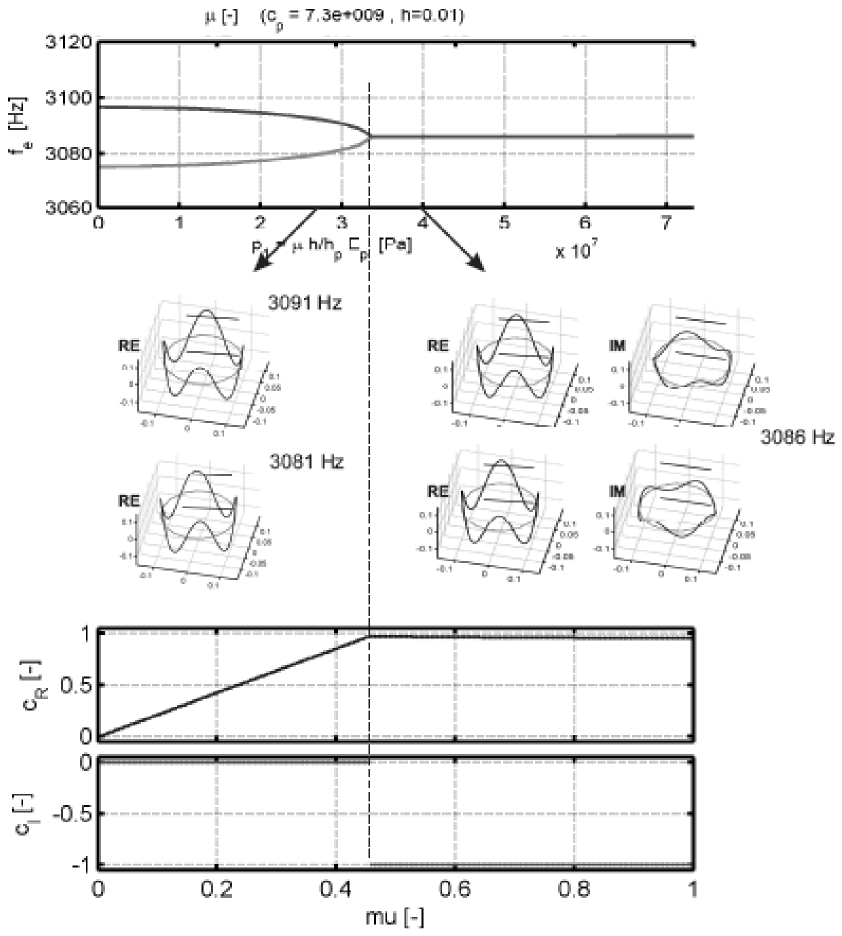
  $\Omega\,,\ \varphi_0\,,\ N_0\,,\ d_p$

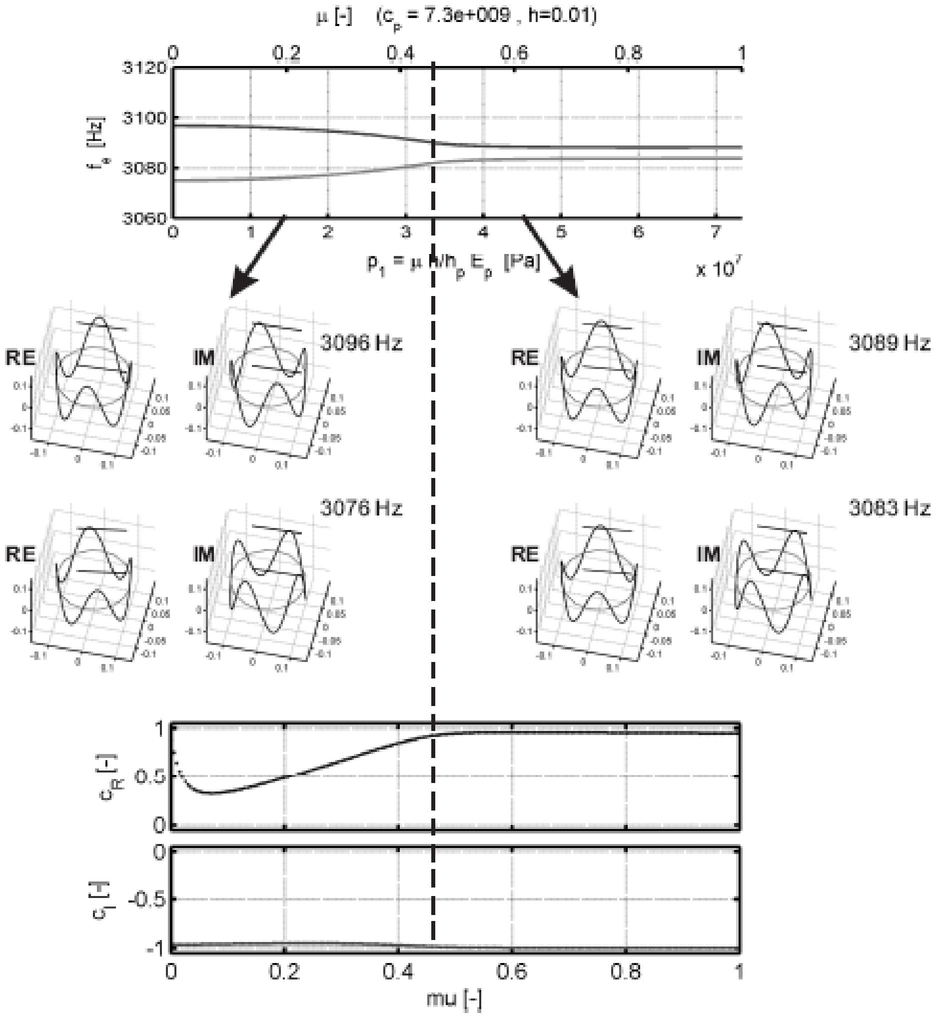
- Satz von Thomson-Tait gilt nicht
- Instabilitätsszenarien
- Einfluß der Modellierung auf die Stabilitätsuntersuchung
  - Führungsbewegung, Dämpfung,
  - vollständige Linearisierung der Reibung

  } müssen berücksichtigt werden

Vielen Dank!

Backup-Folien


μ [-] (c_p = 7.3e+009 , h=0.01)
f_e [Hz]
p_1 = μ h/h_p E_p [Pa]
x 10^7
3091 Hz
3081 Hz
3086 Hz
RE
IM
c_R [-]
c_I [-]
mu [-]


μ [-] (c_p = 7.3e+009 , h=0.01)
f_e [Hz]
p_1 = μ h/h_p E_p [Pa]
x 10^7
3096 Hz
3076 Hz
3089 Hz
3083 Hz
RE
IM
c_R [-]
c_I [-]
mu [-]